

Indira Gandhi Govt PG College

Vaishali Nagar, Bhilai

Department of Computer Science

UNIT I

Computer Fundamental & Operating System

CSSC/CSGE - 01

Indian Knowledge System and Computer Science
Detailed Notes | Worked Examples | Processes & Diagrams

Head of Department
Suresh Kumar Thakur
Asst Prof.

B Sc/B A/B H Sc 1st Sem

Unit I: Study Guide & Syllabus

इन notes में Indian Knowledge System (IKS) और Computer Science से जुड़े syllabus topics को सरल Hindi-English में समझाया गया है। हर मुख्य topic के साथ definition, process, examples और परीक्षा-उपयोगी points हैं।

Section	Topics
1	IKS, mathematics and computational thinking
2	Number system in India: historical evidence
3	Salient aspects of Indian mathematics
4	Bhuta-Sankhya: symbolic word-number encoding
5	Katapayadi: letter-number mapping
6	Pingala: prosody, binary patterns and algorithms
7	Sulbha/Shulba Sutras: geometry and numerical methods
8	Comparisons, solved practice and examination questions

महत्वपूर्ण शब्द

Encoding: Information को निर्धारित symbols में बदलना। **Decoding:** Symbols से information निकालना।

Algorithm: समस्या हल करने के स्पष्ट finite steps। **Approximation:** Exact value के निकट numerical value।

Combinatorics: Arrangements और selections की गणना।

Notes का उपयोग

5 अंक में definition, process, labelled diagram तथा एक example दें। 10 अंक में historical context, rules, detailed worked example, applications और limitations जोड़ें। Diagrams conceptual हैं। Teaching examples जहाँ नए बनाए गए हैं, उन्हें historical quotations नहीं माना जाए।

Terminology: Syllabus का "Sulbha Sutra" सामान्य scholarly spelling Śulba/Śulva Sūtra के लिए लिया गया है।

1. IKS and Computational Thinking

Indian Knowledge System भारत में विकसित और संप्रेषित ज्ञान-परंपराओं का व्यापक अध्ययन है। इस unit का focus numerical representation, mathematical procedures, combinatorial patterns और geometric construction है।

Computer Science से संबंध

Traditional idea	Modern teaching connection
Decimal place value	Positional representation और arithmetic
Bhuta-Sankhya	Symbolic encoding और lookup tables
Katapayadi	Character-to-digit mapping और decoding
Laghu-Guru patterns	Two-state combinations और enumeration
Prastara	Systematic generation of possibilities
Sulba constructions	Step-by-step geometric algorithms
Root approximation	Numerical error और accuracy

Algorithm की चार मुख्य विशेषताएँ

- **Clear input:** जैसे encode करने वाली संख्या।
- **Definite rules:** हर digit के लिए symbol निर्धारित।
- **Finite process:** सीमित steps में समाप्त।
- **Output:** Encoded word sequence या numerical answer।

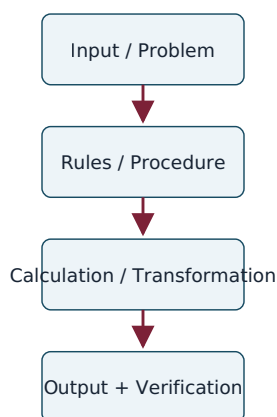


Figure 1. किसी mathematical process को algorithm के रूप में समझना।

सावधानी: Similarity को direct historical invention claim न मानें। Two-state prosodic enumeration और electronic computers के पूरे binary arithmetic/logic architecture अलग contexts हैं।

2. Number System in India: Evidence

Number system quantities को लिखने और गणना करने की व्यवस्था है। Historical evidence inscriptions, manuscripts, mathematical texts और material remains से मिलता है। किसी symbol के earliest surviving example का अर्थ हमेशा उसके invention का exact date नहीं होता।

Evidence कैसे पढ़ें?

Evidence	क्या जानकारी मिलती है?
Archaeological objects	Weights, measures और geometric planning
Inscriptions	Dated numerical writing का उपयोग
Manuscripts	Calculations, notation तथा algorithms
Mathematical texts	Rules, examples और theoretical ideas
Commentaries/translations	Explanation, adaptation और transmission

संक्षिप्त ऐतिहासिक उदाहरण

Harappan weights और planning measurement की जानकारी देते हैं; उनकी numeral system का पूर्ण reconstruction निश्चित नहीं है। Śulbasūtras geometric procedures का textual evidence हैं। Āryabhaṭīya और Brahmasphuṭasiddhānta mathematical computation के महत्वपूर्ण texts हैं। Bakhshali manuscript calculations और dot-style placeholder के अध्ययन में महत्वपूर्ण है।

Reference: [1], [2], [3]

Historical Interpretation की प्रक्रिया

- Object/text की provenance और authenticity देखें।
- Physical material की date और text composition की date अलग हो सकती हैं।
- Symbol का context समझें: counting mark, placeholder या independent number?
- अन्य manuscripts/inscriptions से compare करें।
- Uncertain dates पर “लगभग” और “विवादित” जैसे शब्द स्पष्ट लिखें।

Exam Answer

Historical evidence के उत्तर में कम-से-कम तीन अलग evidence types लिखें। केवल प्रसिद्ध mathematicians की list देना पर्याप्त नहीं; हर evidence क्या दिखाता है, यह भी समझाएँ।

2.1 Decimal Place Value and Zero

Decimal positional system में दस digits 0-9 उपयोग होते हैं। Digit की value उसकी position के अनुसार बदलती है। दाएँ से बाएँ places 10^0 , 10^1 , 10^2 , 10^3 ... होते हैं।

Number 5072	Thousands	Hundreds	Tens	Units
Digit	5	0	7	2
Contribution	5000	0	70	2

$5072 = 5 \times 10^3 + 0 \times 10^2 + 7 \times 10^1 + 2 \times 10^0$. एक ही digit 5, संख्या 50 में 50 और संख्या 500 में 500 का योगदान देता है।

Zero की दो भूमिकाएँ

- **Placeholder:** 205 में tens position खाली है, इसे 0 दिखाता है। 205 और 25 अलग हैं।
- **Number:** Quantity के रूप में zero; arithmetic में identity और अन्य rules।

Worked Example: $405 + 27$

Numbers को places के अनुसार align करें: units $5+7=12 \rightarrow 2$ लिखें, 1 carry। Tens $0+2+1=3$ । Hundreds $4+0=4$ । Answer **432**। Zero place को बनाए रखने से alignment सही रहता है।

Modern Zero Rules

Operation	Result
$a + 0$	a
$a - 0$	a
$a \times 0$	0
$0 / a, a \neq 0$	0
$a / 0$	Ordinary arithmetic में undefined

Historic texts में zero-related rules के development को modern arithmetic के साथ अलग-अलग समझें। किसी पुराने division-by-zero rule को आज की accepted rule के रूप में न लिखें।

Computer Connection

Computer memory और arithmetic में positional representation आवश्यक है। Decimal base 10 है; binary base 2। यह mathematical connection है, अपने आप किसी particular historical transmission का प्रमाण नहीं।

2.2 Historical Milestones & Date Caution

Evidence / Text	Carefully stated significance
Harappan material remains	Measurement, proportions और standardized weights का evidence
Śulbasūtra tradition	Geometric constructions और area relations
Āryabhaṭīya (499 CE)	Arithmetic/astronomical procedures का dated textual landmark
Brahmasphuṭasiddhānta (628 CE)	Zero और signed-number arithmetic के historical study में महत्वपूर्ण
Bakhshali manuscript	Numerical calculations तथा placeholder notation; dating complex है

Reference: [1], [2], [3]

Bakhshali Date को सावधानी से क्यों लिखें?

Birch-bark samples की radiocarbon dating और manuscript की mathematical text dating समान प्रश्न नहीं हैं। Different sampled materials की dates तथा palaeography/content को साथ देखना होता है। इसलिए पूरी manuscript के लिए एक निर्विवाद ancient date लिखना उचित नहीं।

Reference: [2], [3]

Primary और Secondary Evidence

Primary: Original manuscript, inscription या historical object। **Secondary:** Modern scholarly study जो original evidence का analysis करती है। Educational summaries उपयोगी हैं, लेकिन dates और attribution के लिए scholarly research भी देखना चाहिए।

Example: Claim की जाँच

यदि कोई कहे कि “यह manuscript 300 CE की है”, पूछें: क्या date bark की है, writing की है या original composition की? क्या सभी leaves समान समय के हैं? क्या scholars सहमत हैं? इस तरह evidence-based history लिखी जाती है।

10 Marks Answer Plan

Definition → types of evidence → brief milestones → positional system/zero example → dating caution → significance। अतिशयोक्ति की जगह स्पष्ट examples से उत्तर मजबूत बनता है।

2.3 Numeral Forms, Place Value & Grouping

Brahmi Numerals and Later Decimal Notation

Brahmi notation के additive-multiplicative numeral set में 1–9, tens 10–90 तथा 100/1000 के अलग signs मिलते हैं। इसे modern ten-digit positional system के समान नहीं मानना चाहिए। Unicode standard इनके अलग number signs और later positional digits को distinguish करता है।

Reference: [10]

Gwalior Inscription

Gwalior के temple की ninth-century inscription zero के placeholder उपयोग का महत्वपूर्ण dated example है। इसे सभी cultures में zero का first-ever invention कहना उचित नहीं। यह surviving inscription के रूप में evidence है।

Reference: [2]

Symbol Shape vs Number System

एक ही value अलग scripts में लिखी जा सकती है। 205 और २०५ दोनों समान decimal value दर्शाते हैं। Shape बदलने से base या place-value rule नहीं बदलता। दूसरी ओर historical notation की shape परिचित दिखे तो भी उसके rules अलग हो सकते हैं।

Indian Number Grouping

Number name	Decimal value
दस / Ten	10
सौ / Hundred	100
हजार / Thousand	1,000
लाख / Lakh	1,00,000
करोड़ / Crore	1,00,00,000

$12,34,567 = 12 \text{ lakh} + 34 \text{ thousand} + 567 = 1,234,567$ । Indian grouping में rightmost 3 digits के बाद 2-digit groups; international grouping में 3-digit groups। दोनों base-10 numbers हैं।

Worked Place-Value Check

$12,34,567 = 1 \times 10^6 + 2 \times 10^5 + 3 \times 10^4 + 4 \times 10^3 + 5 \times 10^2 + 6 \times 10 + 7$ । Commas readability देते हैं; numerical value नहीं बदलते।

3. Salient Aspects of Indian Mathematics

इस topic में mathematical traditions की प्रमुख विशेषताएँ समझनी हैं। नीचे का historical outline संक्षिप्त है; detailed worked exercises आगे teaching purposes के लिए दिए गए हैं।

- **Numerical representation:** Decimal place value और symbolic notations।
- **Algorithmic procedures:** Arithmetic, roots और equations को हल करने के नियम।
- **Practical geometry:** Measurements और area-preserving constructions।
- **Astronomical computation:** Tables, angles और numerical approximations।
- **Combinatorial thinking:** Prosodic patterns की enumeration।
- **Compact expression:** Sūtra/verse और explanatory commentaries।

Reference: [1], [4], [5]

प्रक्रिया और कारण दोनों समझें

Rule memorise करना पहला step है। उसके बाद देखें कि rule क्यों काम करता है, input क्या है और limitations क्या हैं।
Example: कोई approximation exact equality नहीं; उसके error की जाँच करनी चाहिए।

Example: Sum of First n Natural Numbers

$n = 5$ के लिए $1+2+3+4+5 = 15$ । Reverse pairing करें: $(1+5)$, $(2+4)$, $(3+3)$, $(4+2)$, $(5+1)$ । Two copies का sum $5 \times 6 = 30$ । One copy $= 30/2 = 15$ । General formula $n(n+1)/2$ । यह explanation modern classroom derivation है।

Applications in Learning Computer Science

Encoding में tables, pattern generation में loops/recursion, arithmetic में place value और geometry में computational steps सीखते हैं। Historical method के साथ modern proof और testing जोड़ने से conceptual clarity बढ़ती है।

5 अंक: किसी पाँच salient aspects को examples सहित लिखें। **10 अंक:** Features के साथ एक arithmetic, एक encoding और एक geometric process समझाएँ।

4. Bhuta-Sankhya System

Bhuta-Sankhya (भूत-संख्या) में digits को उन objects/concepts के शब्दों द्वारा व्यक्त किया जाता है जिनकी संख्या conventional रूप से जुड़ी है। यह word-based numerical encoding है।

Reference: [6]

Digit	Illustrative words	Association
0	आकाश / शून्य	Empty space/void association
1	चन्द्र / पृथ्वी	One moon / one earth
2	नेत्र / पक्ष	Two eyes / wings
3	गुण	Three guṇas का conventional reference
4	वेद	Four Vedas
5	इन्द्रिय / भूत	Five senses/elements convention
6	रस / ऋतु	Six tastes/seasons convention
7	स्वर / ऋषि	Seven notes/sages convention
8	वसु	Eight Vasus
9	ग्रह	Traditional nine-graha grouping

एक Digit के कई Words

1 के लिए चन्द्र या पृथ्वी जैसे शब्द हो सकते हैं। Choice metre, grammar और intended meaning के अनुसार बदलती है। Word-number association की पहचान decoding का पहला step है।

Context महत्वपूर्ण है

“ग्रह = 9” traditional navagraha classification है; इसे modern astronomy में planets की count न समझें। इसी प्रकार cultural sets और everyday objects की associations context-dependent हैं।

Digit Order

Common positional convention में पहला encoded word units, दूसरा tens और तीसरा hundreds देता है। इसे सामान्यतः “अङ्कानां वामतो गतिः” से जोड़ा जाता है। हर text में direction verify करें; बिना convention देखे हमेशा reverse न करें।

लाभ: Verse-friendly mnemonic form। **सीमा:** Synonyms, context और direction से ambiguity।

4.1 Bhuta-Sankhya: Decoding Process

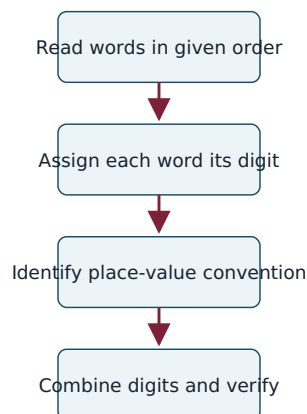


Figure 2. Word-number sequence को decode करने की प्रक्रिया।

Worked Example 1: रस-नेत्र-आकाश-नेत्र

यह teaching sequence है, किसी historical verse का quotation नहीं। इस example में first word units दर्शाता है।

Word	Digit	Place	Contribution
रस	6	Units	$6 \times 1 = 6$
नेत्र	2	Tens	$2 \times 10 = 20$
आकाश	0	Hundreds	$0 \times 100 = 0$
नेत्र	2	Thousands	$2 \times 1000 = 2000$

Total = $6 + 20 + 0 + 2000 = 2026$ । Word order में digits 6,2,0,2 हैं; ordinary written numeral में 2026।

Worked Example 2: चन्द्र-वेद-चन्द्र-गुण

Digits = 1,4,1,3। Units-first convention से value = $1 + 40 + 100 + 3000 = 3141$ ।

Common Mistake

पहली sequence को सीधे 6202 लिखना declared units-first convention में गलत होगा। पहले digit association और फिर position दोनों तय करें।

4.2 Bhuta-Sankhya: Encoding Process

Question: 105 को encode करें

- Ordinary digits: 1,0,5।
- Units-first sequence: 5,0,1।
- Words चुनें: 5 → इन्द्रिय; 0 → आकाश; 1 → चन्द्र।
- Encoded sequence: इन्द्रिय-आकाश-चन्द्र।
- Verification: $5 + 0 \times 10 + 1 \times 100 = 105$ ।

Question: 408 को encode करें

Reverse positional order gives 8,0,4। Choose वसु-आकाश-वेद। Value = $8 + 0 + 400 = 408$ । यह constructed classroom sequence है, आवश्यक नहीं कि grammatical verse हो।

Pseudocode

```
Input: digits of a non-negative integer
Read digits from units to highest place
For each digit:
    choose a recognised associated word
Write chosen words in that order
Check by decoding
```

Applications and Computer Analogy

Word-number encoding को dictionary lookup की तरह implement किया जा सकता है। एक digit के कई words रखने पर encoding choices बढ़ती हैं। Decoding के लिए word segmentation और ambiguity resolution चाहिए।

Limitations

- हर ordinary word number-code नहीं होता।
- एक ही number के अनेक valid expressions हो सकते हैं।
- Meaning, metre और language की जानकारी आवश्यक हो सकती है।
- यह secure encryption नहीं; mapping जानने पर संख्या पढ़ी जा सकती है।

Practice with Answers

वेद-नेत्र-चन्द्र → $4 + 20 + 100 = 124$ । 507 का एक encoding: स्वर-आकाश-इन्द्रिय। सभी answers units-first convention में हैं।

5. Katapayadi System

Katapayadi (कटपयादि) एक alphasyllabic numeral system है जिसमें consonants को digits दिए जाते हैं। Letters से mnemonic words बनाकर numbers remember किए जा सकते हैं। क, ट, प और य digit 1 के अलग options हैं; इसी से system का नाम समझा जा सकता है।

Reference: [7], [8]

Digit	Consonants: common mapping
0	न, ज
1	क, ट, प, य
2	ख, ठ, फ, र
3	ग, ड, ब, ल
4	घ, ढ, भ, व
5	ङ, ण, म, श
6	च, त, ष
7	छ, थ, स
8	ज, द, ह
9	झ, ध

Basic Rules

- प्रत्येक meaningful consonant-unit को table के अनुसार digit दें।
- Attached vowel signs सामान्यतः consonant की numeric value नहीं बदलते: क, का, कि, कु का consonant value 1।
- Common convention में first encoded digit units place देता है।
- न और ज zero के consonants हैं। Independent vowels, conjuncts और special orthography में source की specific convention देखें।
- Conjunct में सामान्यतः vowel-bearing final consonant का value लिया जाता है; halant consonants अलग digits नहीं गिने जाते।

भूत-संख्या से अंतर: वहाँ word का meaning digit देता है; यहाँ letters की assigned values। कटपयादि decoding में semantic meaning से number तय नहीं होता।

5.1 Katapayadi: Step-by-Step Decoding

Example 1: राम

Step	Process
1. Segment	रा + म
2. Ignore attached vowels	र + म
3. Map consonants	र = 2; म = 5
4. Apply units-first	$2 \times 1 + 5 \times 10$
5. Answer	52

राम का धार्मिक/साहित्यिक अर्थ numeric decoding नहीं तय करता; table र तथा म के values देता है।

Example 2: कमल

क = 1, म = 5, ल = 3। Encoded order 1,5,3। Number = $1 + 50 + 300 = 351$ ।

Example 3: भारत

भा + र + त → भ = 4, र = 2, त = 6। Value = $4 + 20 + 600 = 624$ । यहाँ भ को ब न पढ़ें; ब का value 3 है।

Example 4: कन

क = 1 और न = 0। Two encoded places का value = $1 + 0 \times 10 = 1$, अर्थात् fixed-width रूप में 01। Leading zeros numerical value नहीं बदलते, पर representation की length में उनका महत्व हो सकता है।

Check

हर example में letters left-to-right लिखे हैं लेकिन place weights 1,10,100... हैं। अगर किसी source में उलटी convention हो, तो वही convention लागू करें। इन examples को historical quotations न समझें।

Exam tip: Word → consonants → digits → place values → final number, ये पाँच stages स्पष्ट दिखाएँ।

5.2 Katapayadi: Encoding and Conjuncts

Encoding Example: 105

- Digits ordinary order में 1,0,5।
- Units-first order 5,0,1।
- Options चुनें: म = 5, न = 0, क = 1।
- Teaching sequence: **म-न-क**।
- Decode check: $5 + 0 + 100 = 105$ ।

Meaningful grammatical word बनाना अलग creative task है। हर valid numeric sequence अपने आप meaningful Sanskrit word नहीं बनती।

Encoding Example: 314

Units-first digits 4,1,3। एक choice: घ-क-ग। Check = $4 + 10 + 300 = 314$ । Same number के लिए भ-प-ल भी चुना जा सकता है।

Conjunct Example: क्य

क् + य + vowel में common rule से vowel-bearing final consonant य का value लिया जाता है। क् अलग digit नहीं देता। यहाँ क और य दोनों 1 हैं, इसलिए बेहतर contrast के लिए त्र देखें: त् + र में र = 2 लिया जाएगा, त = 6 अलग digit नहीं। Specific text conventions verify करें।

Vowels के बारे में सावधानी

Vowel signs letter का pronunciation बदलते हैं, mapped consonant digit नहीं। Independent vowel-only syllables के treatment में formulations भिन्न हो सकती हैं; उसे बिना rule घोषित किए zero digit की तरह insert न करें।

Algorithm

```
For each syllabic unit in the encoded word:
    identify the value-bearing consonant
    look up its digit
Assign place weights: 1, 10, 100, ...
Add digit x weight
Verify convention and word boundaries
```

Applications: Mnemonics, numerical tables और traditional scholarly notation। **Limitation:** Many-to-one mapping, orthography और direction ambiguity।

5.3 Encoding Systems: Comparison

Basis	Bhuta-Sankhya	Katapayadi
Coding unit	Word/concept	Consonant or syllabic unit
Digit source	Associated count/meaning	Fixed letter-digit mapping
Example	नेत्र → 2	र → 2
Choice	Many associated words	Several consonants per digit
Direction	Often units-first; verify	Often units-first; verify
Main difficulty	Meaning/context	Conjuncts/orthography
CS analogy	Semantic dictionary lookup	Character mapping/parser

Worked Comparison: Number 24

Bhuta-Sankhya: Units-first 4,2 → वेद-नेत्र। **Katapayadi:** Units-first 4,2 → भ-र (illustrative sequence)। दोनों में $4 + 2 \times 10 = 24$, लेकिन digit प्राप्त करने का तरीका अलग है।

Encoding vs Encryption

Encoding representation बदलता है। Encryption secret key और security design से confidentiality देता है। These traditional notations mnemonic codes हैं; उन्हें modern cryptographic security के बराबर नहीं माना जाए।

10 Marks Answer Plan

Definition → mapping table या word table → rules → encoding example → decoding example → advantages/limitations → comparison। केवल table याद करना पर्याप्त नहीं; place-value calculation भी लिखें।

Self Check

कमल = 351; राम = 52; वेद-नेत्र-चन्द्र = 124। हर answer common units-first convention में है।

6. Pingala and Two-State Patterns

Piṅgala का Chandaḥśāstra Sanskrit prosody में laghu और guru syllables के patterns का अध्ययन करता है। इस tradition में possible patterns की listing, counting तथा indexing को algorithms से समझाया गया है। Exact dates और attribution details में scholarly मतभेद हैं।

Reference: [4], [5]

Laghu and Guru

Laghu (L): Prosodic short syllable। **Guru (G):** Prosodic heavy syllable। वास्तविक syllable classification metrical rules पर निर्भर है; इसे केवल spelling की vowel length से हर बार तय नहीं किया जा सकता।

Binary Connection

यदि प्रत्येक position पर दो choices हों, n positions के लिए 2^n patterns होंगे। यही two-state enumeration binary strings से mathematically compare की जा सकती है। L/G को 0/1 देना modern explanatory mapping है; convention स्पष्ट होना चाहिए।

Example: Two Positions

Pattern	Teaching mapping G=0, L=1
GG	00
GL	01
LG	10
LL	11

ऊपर table modern leftmost-most-significant ordering में है। आगे traditional prastara-style ordering अलग से घोषित की जाएगी। दोनों tables को mix न करें।

Historical and Modern Difference

Prosody का उद्देश्य syllable patterns है। Modern computer binary system data, arithmetic और logic के लिए 0/1 positional representation उपयोग करता है। Similar combinatorial structure को पूरे modern computer के invention का दावा नहीं बनाना चाहिए।

6.1 Counting Patterns and Prastara

Prastara possible syllable patterns का systematic expansion/listing है। हर नई position के लिए existing patterns के साथ दो possibilities जुड़ती हैं। इसलिए count double होता है।

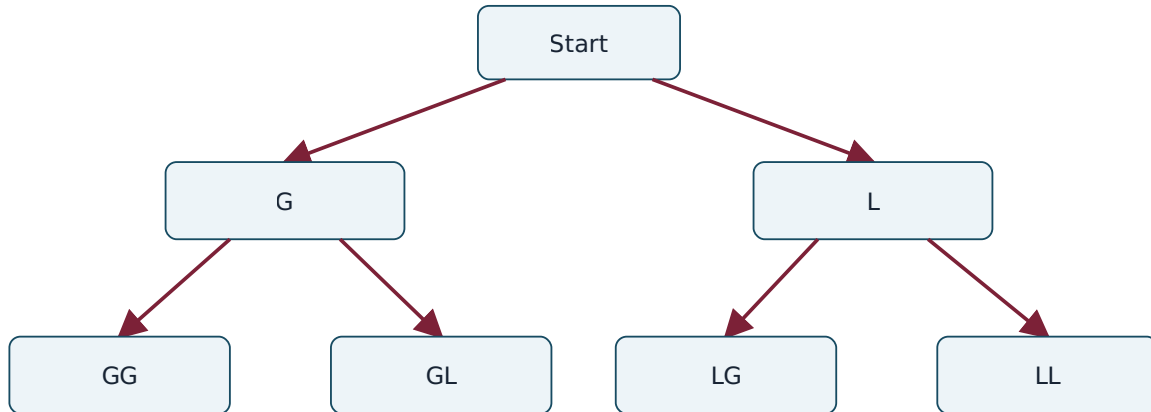


Figure 3. दो positions की teaching choice-tree; list order की convention अलग घोषित करें।

Counting Process

Positions n	Calculation	Patterns
1	2	2
2	2×2	4
3	$2 \times 2 \times 2$	8
4	2^4	16
5	2^5	32

Empty sequence के लिए mathematical base count $2^0 = 1$ है। यह zero syllables की एक empty pattern है।

Recursive Idea

$n-1$ positions के हर pattern के साथ G और L जोड़ने पर n positions के patterns मिलते हैं। Recursion में छोटी problem के results से बड़ी problem बनती है।

```

patterns(0) = [empty pattern]
patterns(n):
  get patterns(n-1)
  attach G and L as declared
  return resulting list
  
```

Generation rule में attach करने की side और loop order listing का क्रम बदल सकते हैं; pattern set और count फिर भी समान रह सकते हैं।

6.2 Three-Syllable Prastara: Full Example

इस section में common traditional-style enumeration लिया गया है: **G = 0, L = 1**; **leftmost position सबसे तेजी से बदलती है**। Left-to-right weights 1,2,4 हैं और row numbering 1 से शुरू है।

Row	Pattern	Weights of L	Row check
1	GGG	0	1
2	LGG	1	2
3	GLG	2	3
4	LLG	1 + 2	4
5	GGL	4	5
6	LGL	1 + 4	6
7	GLL	2 + 4	7
8	LLL	1 + 2 + 4	8

Listing का Process

- First column हर row बदलती है: G,L,G,L...
- Second column हर two rows बदलती है: G,G,L,L...
- Third column हर four rows बदलती है: G,G,G,G,L,L,L,L
- Columns को साथ पढ़ने पर सभी 8 patterns exactly once मिलते हैं।

Modern Binary से अंतर

Row 7 में GLL है। घोषित weights से value = $0 \times 1 + 1 \times 2 + 1 \times 4 = 6$; row = $6 + 1 = 7$ । Modern normal binary में यही numeric value **110** लिखते हैं। सीधे GLL → 011 पढ़ना यहाँ declared ordering से मेल नहीं खाता।

Why Row +1?

Pattern values 0 से शुरू हो सकते हैं, जबकि table rows 1 से। इस off-by-one difference को स्पष्ट करना indexing questions में बहुत जरूरी है।

6.3 Nashta: Row Number to Pattern

Nashta का task given row/index से missing pattern recover करना है। नीचे declared prastara convention के लिए parity-based procedure दिया गया है। यह short classroom formulation है।

Algorithm

- Input: n positions और row r , जहाँ $1 \leq r \leq 2^n$
- अगर r even है: L लिखें और $r = r/2$ करें।
- अगर r odd है: G लिखें और $r = (r+1)/2$ करें।
- यह process n times करें; symbols जिस order में निकले उसी में लिखें।

Example: $n = 3$, Row = 6

Step	r before	Parity	Symbol	r after
1	6	Even	L	3
2	3	Odd	G	2
3	2	Even	L	1

Answer = **LGL**। Table में row 6 भी LGL है।

Example: Row = 5

5 odd $\rightarrow G$, $r=3$ । 3 odd $\rightarrow G$, $r=2$ । 2 even $\rightarrow L$, $r=1$ । Answer **GGL**।

Why Exactly n Steps?

Leading/ending zero-like symbols बनाए रखने के लिए pattern width जरूरी है। r जल्दी 1 हो जाए तो शेष positions G देती हैं। सिर्फ $r=1$ पर stop करने से length गलत हो सकती है।

Reference: Algorithm context: [5]. Worked numbers and table are classroom examples.

Modern connection: Repeated halving और parity checks base-2 conversion से संबंधित हैं, लेकिन one-based index और order का ध्यान रखना होगा।

6.4 Uddishta: Pattern to Row Number

Uddishta का task given pattern की row/index निकालना है। उसी declared ordering का प्रयोग करें: left-to-right weights 1,2,4,8...; G=0 और L=1।

Procedure

- Pattern के ऊपर weights 1,2,4,8... लिखें।
- केवल L positions के weights जोड़ें।
- Sum में 1 जोड़ें क्योंकि rows one-based हैं।

Example: GLL

Position	Symbol	Weight	Contribution
1	G	1	0
2	L	2	2
3	L	4	4

Sum = 6; row = 6+1 = **7**।

Example: GLG

Weights 1,2,4। केवल middle L contributes 2। Row = 1+2 = **3**।

Four-Position Example: LGLG

Weights 1,2,4,8। L contributions = 1+4 = 5। Row = **6**। Nashta में n=4, r=6 से L,G,L,G निकलना चाहिए।

Reference: Indexing method context: [5].

Verification Process

Uddishta से row निकालें, फिर Nashta से उसी length का pattern वापस बनाएँ। Original pattern लौट आए तो दोनों operations consistent हैं। Computer programs में इसे round-trip test कहते हैं।

Common mistake: Leftmost weight 1 और ordinary modern binary leftmost-highest-weight को mix करना। Answer के साथ convention लिखें।

6.5 Modern Binary Conversion: Worked Steps

यह page आधुनिक binary place-value practice है। इसे historical text का verbatim algorithm न माना जाए। Binary में digits 0,1 और base 2 होता है। दाएँ से बाएँ weights 1,2,4,8,16... हैं।

Binary 10110 to Decimal

Bit	Weight	Contribution
1	16	16
0	8	0
1	4	4
1	2	2
0	1	0

Total = 16 + 4 + 2 = **22**। इसलिए $(10110)_2 = (22)_{10}$ ।

Decimal 13 to Binary: Repeated Division

Division	Quotient	Remainder
13 / 2	6	1
6 / 2	3	0
3 / 2	1	1
1 / 2	0	1

Remainders bottom-to-top पढ़ें: **1101**। Check: $8+4+1=13$ ।

Binary Addition

Rules: $0+0=0$; $0+1=1$; $1+0=1$; $1+1=10$ । Example $101 + 011 = 1000$, अर्थात् $5+3=8$ । Rightmost से add करें और carry अगले place में दें।

Computer Relevance

Digital circuits में दो distinguishable states को bits represent करते हैं। Binary patterns memory, communication और arithmetic में उपयोग होते हैं। Historical two-state combinatorics से तुलना समझने में मदद करती है, लेकिन दोनों contexts समान नहीं हैं।

6.6 Meru, Combinations & Recursion

Prosodic combinatorics की later explanatory tradition में Meru arrangement binomial coefficients समझाने में उपयोग होता है। Specific construction का attribution Pingala और commentators के संदर्भ में scholarly discussion का विषय है; सभी details को एक ही author की literal statement न कहें।

Reference: [4]

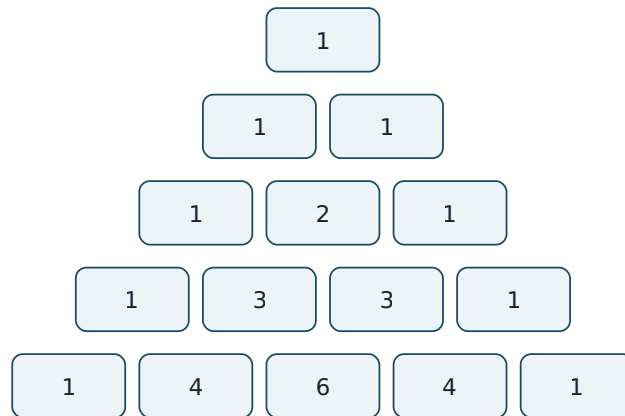


Figure 4. Binomial coefficient triangle: interior entry ऊपर की दो entries का sum।

Construction Process

Top पर 1 रखें। हर row के दोनों ends 1 रखें। Interior value = पिछली row की ऊपर-बाई और ऊपर-दाई values का sum।
Example: 1,3,3,1 के बाद 1,4,6,4,1।

Worked Example

Four positions में exactly two L चुनने के patterns $C(4,2) = 4!/(2!2!) = 6$ । Patterns: LLGG, LGLG, LGGL, GLLG, GLGL, GGLL।

Row Sum

Row n के सभी coefficients का sum 2^n । $n=4$: $1+4+6+4+1 = 16$ । यह सभी four-position two-state patterns का count है।

Recursion Relation

$C(n,k) = C(n-1,k-1) + C(n-1,k)$ । एक chosen position L है तो बाकी में $k-1$ L चुनें; वह G है तो बाकी में k L चुनें। यह explanation dynamic programming सीखने में भी उपयोगी है।

7. Sulba Sutras: Meaning & Scope

Śulba/Śulva का संबंध measuring cord/rope से है। Sulba Sutras ritual altar construction से जुड़े geometric procedures बताते हैं। Baudhāyana, Āpastamba, Kātyāyana और Mānava से संबंधित texts प्रमुख हैं। Dates और textual layers के लिए cautious historical wording उचित है।

मुख्य Mathematical Ideas

- Straight lines, right angles और geometric measurement।
- Squares तथा rectangles का construction।
- Diagonal और sides के area relations।
- Areas को जोड़ने/घटाने के constructions।
- Shapes बदलते हुए area बनाए रखने की समस्या।
- Irrational lengths के numerical approximations।

Reference: [1], [9]

Modern Mathematical Interpretation

आज हम इन constructions को equations और coordinate geometry से explain कर सकते हैं। यह modern explanation historical text की भाषा से अलग हो सकती है। Syllabus का arithmetic/numerical connection मुख्यतः measurement, ratios, roots और approximation में समझें।

Geometry vs Arithmetic

Geometric view	Arithmetic / algebraic view
Square with side a	Area a^2
Rectangle with sides a,b	Area ab
Diagonal of rectangle	$d^2 = a^2 + b^2$
Equal-area transformation	$A(\text{old}) = A(\text{new})$
Approximate diagonal	Numerical approximation to $\sqrt{2}$

Practical Importance

निर्धारित shapes और areas के construction में stepwise procedures चाहिए। Modern teaching में इससे geometry, algorithms और numerical verification साथ सीखे जा सकते हैं।

7.1 Diagonal Relation & Right Angles

Rectangle के diagonal के square का area, दोनों sides पर बने squares के areas के sum के बराबर होता है। Modern notation: $d^2 = a^2 + b^2$ । यह relation Baudhāyana tradition में मिलता है।

Reference: [1]

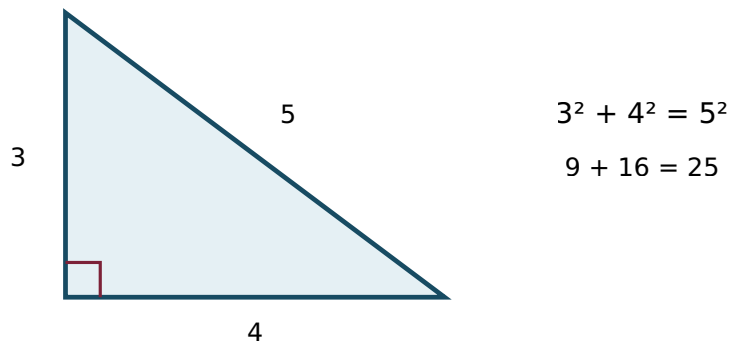


Figure 5. 3-4-5 right triangle; lengths conceptual हैं।

Example 1: Sides 3 and 4

$d^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$ । $d = \sqrt{25} = 5$ units।

Example 2: Sides 5 and 12

$d^2 = 25 + 144 = 169$ । $d = 13$ units। यह 5-12-13 triple है।

Rope Construction: Modern Classroom Activity

- Rope पर 12 equal intervals mark करें।
- तीन vertices पर 3,4,5 intervals वाली sides बनाएँ।
- Rope taut रखकर triangle बनाएं।
- 3 और 4 length वाली sides के बीच angle 90° होगा, ideal measurement में।

यह theorem का classroom application है। वास्तविक construction में rope stretch, marking और alignment से measurement error आ सकता है।

Missing Side Example

Diagonal 10, एक side 6। दूसरी side $b = \sqrt{(10^2 - 6^2)} = \sqrt{64} = 8$ । Minus का उपयोग इसलिए क्योंकि unknown leg है, hypotenuse नहीं।

7.2 Doubling the Area of a Square

Problem: Original square का area double करना है। Side को double करने से area four times होता है; double area के लिए side $\sqrt{2}$ times होनी चाहिए।

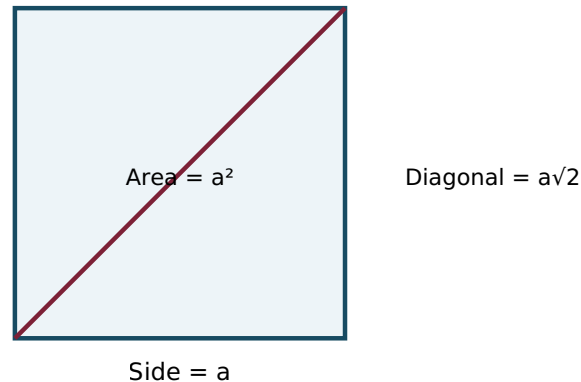


Figure 6. Original square का diagonal नए double-area square की side बन सकता है।

Process

- Original square की side a मानें।
- Diagonal d बनाएँ।
- $d^2 = a^2 + a^2 = 2a^2$ ।
- Side d वाला नया square बनाएँ।
- New area $d^2 = 2a^2$, अर्थात् original का double।

Worked Example: $a = 4$ units

Original area = $4^2 = 16$ । Required area = 32। New side = $\sqrt{32} = 4\sqrt{2} \approx 5.65685$ units। Side 8 लेने पर area 64 होगा, जो four times है।

Area Addition

यदि squares की sides 3 और 4 हैं, total area = $9 + 16 = 25$ । Side 5 वाला square combined area देता है। General combined side = $\sqrt{a^2 + b^2}$ ।

Area Difference

Sides 5 और 3 के square areas का difference = $25 - 9 = 16$ । Equivalent square की side $\sqrt{16} = 4$ । यह modern algebraic explanation है; actual traditional constructions geometric steps में दिए जाते हैं।

7.3 Approximation of $\sqrt{2}$: Full Calculation

Baudhāyana-Śulbasūtra से संबंधित प्रसिद्ध approximation को आधुनिक fractions में इस प्रकार लिखा जाता है:

$$\sqrt{2} \approx 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{(3 \times 4)} - \frac{1}{(3 \times 4 \times 34)}.$$

Reference: [9]

Step-by-Step Process

Step	Calculation	Value
1	Start with 1	1
2	Add $\frac{1}{3}$	1.33333333...
3	Add $\frac{1}{12}$	1.41666666...
4	Subtract $\frac{1}{408}$	1.414215686...

Fraction Simplification

$1 = 408/408$; $\frac{1}{3} = 136/408$; $\frac{1}{12} = 34/408$ । इसलिए total = $(408+136+34-1)/408 = \mathbf{577/408}$ ।

Error Analysis

Modern reference $\sqrt{2} \approx 1.414213562373$ । Approximation $577/408 \approx 1.414215686275$ । Absolute error $\approx \mathbf{0.000002123901}$ । Relative error ≈ 0.0000015018 ; percentage error $\approx \mathbf{0.00015018\%}$ ।

Why This Is an Approximation

$577^2 = 332929$ और $2 \times 408^2 = 332928$ । इसलिए $(577/408)^2 = 2 + 1/166464$, जो exactly 2 नहीं। Approximation $\sqrt{2}$ से थोड़ा अधिक है।

Decimal-place Caution

“पहले पाँच decimal digits match” और “five decimal places तक सही rounded answer” अलग statements हैं। Exact error लिखना अधिक स्पष्ट है; दोनों numbers को five decimal places पर round करने पर 1.41422 और 1.41421 मिलते हैं।

7.4 Numerical Mathematics: Error & Use

Example: Side 10 का Diagonal

Approximate diagonal = $10 \times 577/408 = 14.1421568627$ । Modern reference = $10\sqrt{2} \approx 14.1421356237$ । Absolute length error ≈ 0.0000212390 units। Length बढ़ने पर absolute error scale होता है, relative error समान रहता है।

Absolute and Relative Error

Absolute error = |approximate – reference|.

Relative error = absolute error / |reference|.

Percentage error = relative error $\times 100$.

Exact vs Approximate

Exact	Approximate
$3^2+4^2=5^2$	$\sqrt{2} \approx 577/408$
Finite integer equality	Value close to an irrational length
Equality sign =	Approximation sign $\approx$

Numerical Process

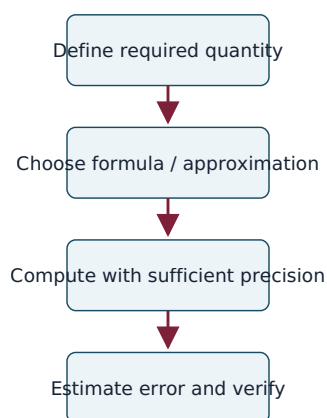


Figure 7. Numerical calculation की सामान्य verification process।

Equal-area Rectangle Example

Square side 6 का area 36। Same area का rectangle, एक side 9 हो तो other side $=36/9=4$ । Check $9 \times 4=36$ । यह area preservation का simple modern arithmetic model है।

सीमा: Sulba geometry को पूरी modern numerical analysis या modern arithmetic की एकमात्र उत्पत्ति कहना उचित नहीं। Unit में methods और mathematical relationships को examples से समझना मुख्य उद्देश्य है।

8. Integrated Solved Practice

Question	Process	Answer
भूत-संख्या: वेद-आकाश-नेत्र	$4 + 0 \times 10 + 2 \times 100$	204
Encode 306, units-first	6,0,3 $\rightarrow$ रस-आकाश-गुण	306
कटपयादि: राम	$r=2, m=5 \rightarrow 2+50$	52
कटपयादि: कमल	$k=1, m=5, l=3 \rightarrow 1+50+300$	351
$n=5$ two-state patterns	2^5	32
Exactly 2 L in 4 positions	$C(4,2)$	6
Nashta: $n=3$, row 4	$4 \rightarrow L, 2 \rightarrow L, 1 \rightarrow G$	LLG
Uddishta: GGL	$1 + 4$	Row 5
Modern binary 1001	$8+1$	9
Decimal 10 to binary	$8+2$	1010
Rectangle sides 8,15	$\sqrt{(64+225)}$	17
Double area: side 3	New side $3\sqrt{2}$	≈ 4.24264

दो जरूरी Checks

Direction check: Word/letter order और place values verify करें। **Round-trip check:** Encode के बाद decode और index के बाद recover करके answer जाँचें।

गलत Answer को पहचानें

“राम =25” units-first convention में गलत; “GGL is modern 011 in the declared prastara index” गलत; “square side double $\rightarrow$ area double” गलत; “577/408 exactly $\sqrt{2}$ ” गलत। हर error में convention या equation की जाँच करें।

9. Quick Revision & Exam Questions

High-Yield Revision

- Decimal base 10; binary base 2।
- Zero placeholder भी है और independent number भी।
- Historical material date और text date अलग हो सकती हैं।
- Bhuta-Sankhya meaning/count पर आधारित है।
- Katapayadi consonant-digit mapping पर आधारित है।
- Common encoding में first unit gives units place; source verify करें।
- Attached vowels consonant value नहीं बदलते।
- Pingala context prosody और L/G enumeration है।
- n two-state positions $\rightarrow 2^n$ patterns।
- Declared prastara: G=0, L=1, weights left-to-right 1,2,4...
- One-based row = 1+sum of L weights।
- Meru entries binomial coefficients दर्शाते हैं।
- Sulba tradition geometric construction से संबंधित है।
- Rectangle diagonal: $d^2=a^2+b^2$ ।
- Double square area $\rightarrow$ side $\sqrt{2}$ times।
- $\sqrt{2}$ approximation 577/408; exact equality नहीं।

5 Marks Questions

- Historical evidence of Indian number systems समझाइए।
- Decimal place value और zero उदाहरण सहित लिखिए।
- Indian mathematics की पाँच विशेषताएँ लिखिए।
- Bhuta-Sankhya rules और decoding example दीजिए।
- Katapayadi mapping और राम/कमल decode कीजिए।
- Prastara, Nashta और Uddishta समझाइए।
- Sulba diagonal relation और 3-4-5 example लिखिए।

10 Marks Questions

- Bhuta-Sankhya और Katapayadi की encoding/decoding processes तथा comparison लिखिए।
- Pingala, L/G patterns, prastara table और indexing algorithms examples सहित समझाइए।
- Sulba geometry: right angles, double area और $\sqrt{2}$ approximation with error समझाइए।
- IKS और computer science के conceptual connections तथा historical limitations समझाइए।

10. References & Teaching Note

[1] CBSE: Mathematics in India, Knowledge Traditions & Practices of India.

https://cbseacademic.nic.in/web_material/Circulars/2012/68_KTPI/Module_7.pdf

[2] Bodleian / University of Oxford: Bakhshali radiocarbon research announcement (2017).

<https://www.glam.ox.ac.uk/article/carbon-dating-finds-bakhshali-manuscript-contains-oldest-recorded-origins-symbol-zero>

[3] Plofker et al.: The Bakhshali Manuscript: A Response to the Bodleian Library's Radiocarbon Dating (2017).

<https://doi.org/10.18732/H2XT07>

[4] Jayant Shah: A History of Pingala's Combinatorics; University of Hyderabad course resource.

https://sanskrit.uohyd.ac.in/Algorithms_in_Ancient_India/Material/Pingala.pdf

[5] University of Hyderabad: Algorithms in Ancient India, Recursion and Iteration lecture notes.

https://sanskrit.uohyd.ac.in/Algorithms_in_Ancient_India/20-2-2018/Recursion_and_Iteration.pdf

[6] IIT Kanpur Sanskrit: Bhutasankhya help and encoding resources.

<https://sanskrit.iitk.ac.in/jnanasangraha/sankhya/bhoota/help/>

[7] IIT Kanpur Sanskrit: Katapayadi system.

<https://sanskrit.iitk.ac.in/jnanasangraha/sankhya/katapayaadi/>

[8] IIT Kanpur Sanskrit: Katapayadi help and rules.

<https://sanskrit.iitk.ac.in/jnanasangraha/sankhya/katapayaadi/help/sa/>

[9] K. Ramasubramanian & M. D. Srinivas: Development of Calculus in India; section on $\sqrt{2}$.

<https://iks.iitgn.ac.in/wp-content/uploads/2016/02/Development-of-Calculus-in-India-K-Ramasubramanian-MD-Srinivas-2010.pdf>

[10] Unicode Standard: Brahmi numeral notation and encoded number sets.

<https://www.unicode.org/versions/Unicode16.0.0/core-spec/chapter-14/>

Historical outlines are paraphrased briefly. Numerical exercises, diagrams, explanatory calculations and most teaching examples were constructed for this booklet. Reference numbers near historical material identify supporting readings. Where sources differ on dating, convention or attribution, the notes avoid a single definitive claim.